

# TAJNA SLOBODNE ENERGIJE KLATNA

Jovan Marjanović  
dipl. inž. elektrotehnike  
e-mail: [jmarjanovic@hotmail.com](mailto:jmarjanovic@hotmail.com)

Istraživačko-razvojni centar Veljko Milković - VEMIRC  
05. maj 2011. Novi Sad, Srbija

## APSTRAKT

Cilj rada je da demonstrira uticaj dužine drške klatna sa pokretnom tačkom vešanja na njegovu energetska efikasnost i snagu. Takođe će biti prikazan uticaj kritičnog ugla (ugla kada se tačka vešanja pokrene) na energiju klatna, a biće određen i maksimalni mogući over juniti koeficijent pod određenim uslovima.

*Ključne reči: klatno, tačka vešanja, over unity, energija, centrifugalna sila.*

## UVOD

Autorov prethodni rad (drugo izdanje) <sup>[1]</sup> je pokazao uticaj zakona održanja momenta količine kretanja na brzinu klatna i na centrifugalnu silu ako se u najnižoj poziciji klatna naglo menja dužina drške klatna. Zaključak je bio da važi zakon održanja energije u oba slučaja i kod skraćanja i kod produženja dužine klatna, tako da klatno kao parametarski oscilator ne može da da suficit energije.

Iz prakse nam je bilo poznato da se dvostepeni mehanički oscilator akademika Veljka Milkovića <sup>[2]</sup> loše ponaša ako se dozvoli tački vešanja da vrši veliko kretanje, pa se išlo na to da se smanji kretanje tačke vešanja a poveća sila sa većom masom klatna, kako bi se održala potrebna izlazna snaga oscilatora.

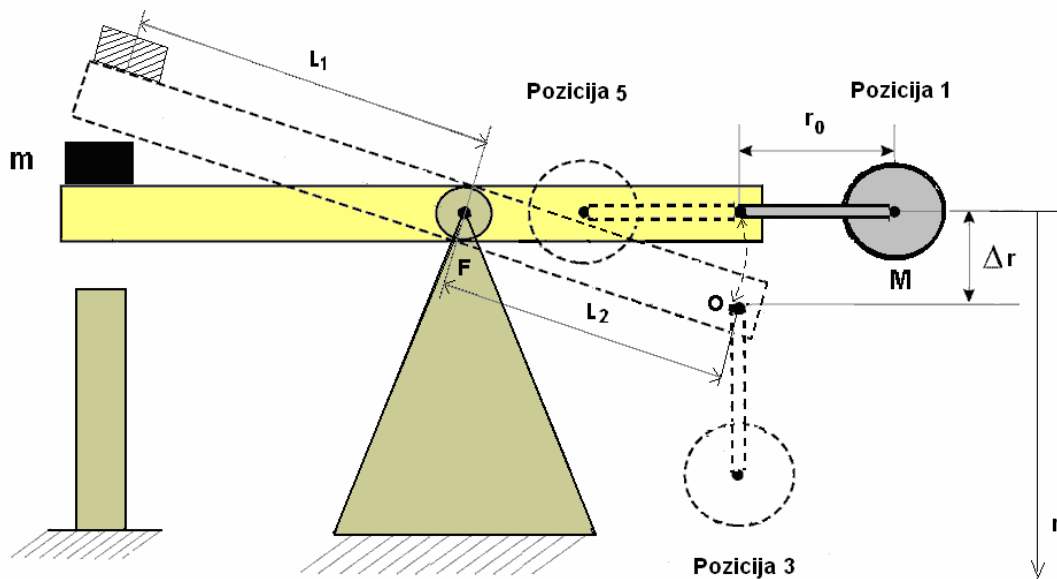
Do zaključaka u ovom radu autor je došao slučajno, u traktoru dok je pomagao u setvi soje. Autor je razmišljao o mehaničkim analogijama over juniti metoda o kojima je hteo da posveti jedno poglavlje u knjizi koju je počeo da piše, a koja je posvećena over juniti elektromagnetim mašinama.

Ovaj rad je inače autorov najpozitivniji rad o klatnu što se tiče postojanja over juniti energije kod klatna sa pokretnom tačkom vešanja, pod određenim uslovima.

## IZLAZNI RAD U DVOSTEPENOM MEHANIČKOM OSCILATORU

Važno je da se razjasni koja sila vrši izlazni rad u dvostepenom mehaničkom oscilatoru kako bi se odredili opšti over juniti uslovi.

Oscilator sa donje slike se pokazao prilično kompleksan za tačnu matematičku analizu. Komplexnosti je takođe doprinomio povratni uticaj mase poluge  $m$  koja se nalazi sa leve strane osovine poluge. Neskorišćena energija mase  $m$  oscilira ako oscilator radi kao čekić, osim u slučaju ako se na levu stranu poluge prikači korisnik energije, na primer pumpa za vodu.



Slika 1

U poslednjem slučaju masa  $m$  ima ulogu samo da vrati tačku vešanja klatna  $O$  u početnu poziciju, i to kada se klatno nađe u bestežinskom stanju u krajnjim pozicijama. Tada je rad mase  $m$  minimalan i biće zanemaren u analizi. Druga funkcija mase  $m$  je da vrati potrošač u početnu poziciju ako je pumpa za vodu klipna. Kod dvokrilih pumpi nema početne pozicije jer ona radi u oba smera. U oba slučaja masa  $m$  vrši koristan rad, ali samo uz pomoć akumulisane potencijane energije koju je primila od pogonskog klatna. Isti slučaj bi bio i kada se umesto mase  $m$  nalazi opruga na levoj strani poluge.

Zaključak je da izlazna energija oscilatora zavisi samo od klatna sa pokretnom tačkom vešanja i samo ono će biti dalje analizirano.

Posmatračemo samo vertikalno kretanje tačke vešanja  $O$  jer samo ono vrši koristan rad, a i mnogo je veće od horizontalnog pomeranja, jer je ugao pomeranja poluge mali.

## Rad klatna sa pokretnom tačkom vešanja

Znamo da je početna energija uložena u podizanje klatna u početnu poziciju 1 jednaka njegovoj potencijalnoj energiji:

$$E_p = M g r_0 \quad (1)$$

gde je visina  $r_0$  jednaka dužini drške klatna, ako početna pozicija klatna ima ugao 90 stepeni od vertikale, kao na gornjoj slici.

Takođe znamo da će se tačka vešanja klatna spustiti dole za neku visinu  $\Delta r$ , kao gore na slici. To spuštanje smanjuje potencijalnu energiju sistema za

$$\Delta E_p = M g \Delta r \quad (2)$$

To smanjenje mora da se nadoknadi da bi klatno moglo da se ponovo popne u početni položaj u poziciji 1 ili poziciji 5. To znači da je to normalni gubitak u sistemu za održavanje klatna, pod uslovom da je oscilator potrošio svu predatu izlaznu energiju i da nije ništa vratio usled oscilacija kao kod udaranja čekića.

Zanemarili smo gubitke usled trenja i otpora vazduha, jer znamo da su oni mali.

Takođe znamo da je u donjoj tači (pozicija 3) ukupna sila zatezanja u dršci klatna jednaka

$$T = 3 M g \quad (3)$$

pod uslovom da je klatno pušteno pod uglom od 90 stepeni od vertikale, kao u poziciji 1 ili poziciji 5 sa gornje slike. Od ukupne sile zatezanja, doprinos centrifugalne sile je jednak

$$F_c = 2 M g \quad (4)$$

Ako bi klatno bilo pušteno iz početne pozicije pod uglom od 60 stepeni tada bi ukupna sila bila  $2Mg$  pa bi centrifugalna sila bila jednaka težini  $Mg$ .

Sila težine  $Mg$  ne može da vrši over juniti rad na izlazu, jer energija težine oscilira u klatnu. Ako bi težina vršila rad, oscilacija klatna bi stala. Iz istog razloga mora da se nadoknadi gubitak potencijalne energije dat sa formulom (2).

To znači da samo centrifugalna sila može da izvrši over juniti izlazni rad, dok je jedina uloga gravitacije da stvori centrifugalnu silu.

Rad centrifugalne sile u slučaju otklona klatna od 90 stepeni iznosi

$$E_c = 2 M g \Delta r \quad (5)$$

a u slučaju otklona klatna od 60 stepeni on iznosi

$$E_c = Mg \Delta r \quad (6)$$

Pretpostavili smo da je centrifugalna sila izvršila rad u okolini donje tačke, gde je ona najjača i gde je ona u pravcu vertikale, kao i drška klatna.

Treba primetiti da je brzina klatna u poziciji 1 i poziciji 5 jednaka nuli pa nema ni centrifugalne sile, a pošto je klatno u bestežinskom stanju, u tim pozicijama nema ni sile zatezanja  $T$ . To znači da klatno ne vrši nikakav rad ako se tačka vešanja vraća gore u tim pozicijama. Rad ne bi postojao ni kada bi postojala sila zatezanja  $T$ , jer bi ona bila normalna na kretanje tačke vešanja.

Za izračunavanje koeficijenta efikasnosti oscilatora mora se uključiti i rad težine  $Mg$  (koji se mora nadoknaditi), tj. podeliti ukupan izlazni rad sa ulaznom energijom, koja se stalno dodaje da bi se održavala amplituda klatna. Početna potencijalna energija dizanja klatna  $E_p$  se ne uzima u obzir, jer će ona biti vraćena kad oscilator prestane sa radom.

Ukupan izlazni rad tačke vešanja  $O$  u poziciji 3, za klatno sa početnom pozicijom 1 od 90 stepeni iznosi:

$$E_{iz} = T \Delta r = 3Mg \Delta r \quad (7)$$

Ukupan izlazni rad za klatno sa početnom pozicijom od 60 stepeni iznosi:

$$E_{iz} = 2Mg \Delta r \quad (8)$$

Pošto se klatno stalno mora dodavati ulazna energija data formulom (2), a izlazne energije su date sa formulom (7) ili (8), to znači da je maksimalni koeficijent efikasnosti mašine, za slučaj početne pozicije klatna od 90 stepeni, jednak 3, a za slučaj otklona klatna od 60 stepeni on iznosi 2. Ovo sve važi pod uslovom da nema promene u centrifugalnoj sili prilikom kretanja tačke vešanja.

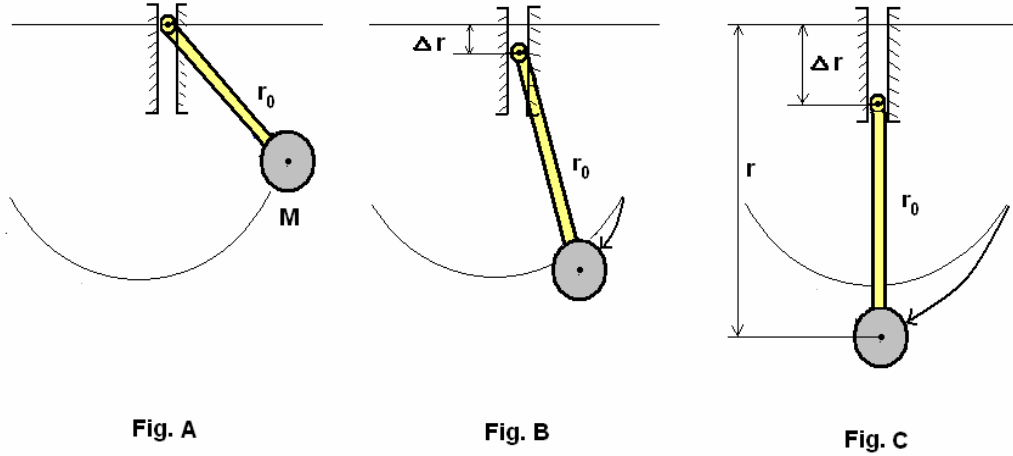
Ukoliko bi klatno pravilo pun krug i početna pozicija bila gore, nasuprot donje pozicije 3, tada bi ukupna sila zatezanja  $T$  u donjoj poziciji bila  $5Mg$ , pa bi i maksimalni koeficijent efikasnosti bio 5.

## UTICAJ KRETANJA TAČKE VEŠANJA NA CENTRIFUGALNU SILU

Važna stvar da se uoči je da dolazi do smanjenja centrifugalne sile prilikom kretanja tačke vešanja nadole. Formula za centrifugalnu silu je:

$$F_c = M v^2 / r \quad (9)$$

Kada se tačka vešanja kreće naniže, putanja tega klatna nije više kružna, već ima tendenciju peglanja, tj. kružnica se ispravlja, a to je isto kao da se poluprečnik krivine  $r_0$  produžio za  $\Delta r$ , vidi sliku dole.



Slika 2

Nova formula za centrifugalnu silu u donjoj tački je

$$F_c = M v^2 / (r_0 + \Delta r) \quad (10)$$

Smanjenje centrifugalne sile dolazi i usled smanjenja brzine klatna. Iz prethodnog rada <sup>[1]</sup> znamo da produženje klatna u donjoj tački smanjuje brzinu usled važenja zakona o održanju momenta količine kretanja. Taj zakon važi samo u okolini donje tačke, u poziciji 3, jer tu nema momenta sile težine  $Mg$  u odnosu na tačku vešanja O.

Brzina u poziciji 3 se menja usled kretanja tačke vešanja prema zakonu o održanju momenta količine kretanja. Ona je data sa formulom:

$$v = \frac{r_0}{r_0 + \Delta r} v_0 \quad (11)$$

gde je  $v_0$  brzina klatna u donjoj tački (pozicija 3) kod klatna sa fiksiranom tačkom vešanja, odnosno pre promene poluprečnika krivine malja klatna. Za detalje pogledati autorov prethodni rad <sup>[1]</sup>.

Smenom formule (11) u (10) dobijamo formulu za centrifugalnu silu u donjoj poziciji 3, u kojoj je uključen uticaj kretanja tačke vešanja u toj poziciji.

$$F_c = M \frac{v_0^2 r_0^2}{(r_0 + \Delta r)^3} \quad (12)$$

Pošto centrifugalna sila vrši over juniti rad usled kretanja tačke vešanja, a on je jednak proizvodu centrifugalne sile  $F_c$  i pređenog puta  $\Delta r$ , da bi taj rad bio što veći, treba povećati ili centrifugalnu silu ili kretanje tačke vešanje. Problem je što kretanje tačke vešanja smanjuje centrifugalnu silu i usled produženja poluprečnika krivine  $r$  i usled smanjenja brzine  $v$ , usled važenja zakona o održanju momenta količine kretanja u donjoj tački. Znači da ne treba olako produžavati put tačke vešanja već centrifugalnu silu.

Mi smo to eksperimentalno otkrili pa smo održavali izlazni rad konstantim sa povećanjem mase klatna, i sa ograničenjem kretanje tačke vešanja na minimum, uz pomoć smanjenja dužine desnog kraka poluge  $L_2$ .

## UTICAJ DUŽINE KLATNA NA EFIKASNOST OSCILATORA

Ono što nam nije bilo očigledno, a na šta je ukazao gospodin Raymond Head, građevinar iz Teksasa, je da produženje drške klatna povećava snagu oscilatora <sup>[3]</sup>. Iako je njegova matematika bila površna, samo radi ilustracije efekta, to je manje važno jer je njegov zaključak bio tačan iz sledećeg razloga.

Kod klatna sa velikom dužinom drške  $r_0$ , jednom fiksirano kretanje tačke vešanja  $\Delta r$  je proporcionalno malo u odnosu na dužinu drške klatna. To znači da će tačka vešanja imati i mali uticaj na smanjenje centrifugalne sile usled povećanja poluprečnika krivine i smanjenja brzine.

To ćemo dokazati na sledeći način. Prvo ćemo naći izraz za maksimalnu brzinu  $v_0$ , klatna sa fiksiranom tačkom vešanja i početnom pozicijom od 90 stepeni. To je lako naći jer u donjoj poziciji 3, sva potencijalna energija klatna se pretvorila u kinetičku energiju, pa važi izraz:

$$Mg r_0 = \frac{1}{2} Mv_0^2 \quad (13)$$

A odavde imamo da

$$v_0^2 = 2 g r_0 \quad (14)$$

Smenom (14) u (12) imamo konačnu formulu za centrifugalnu silu:

$$F_c = 2M g \frac{r_0^3}{(r_0 + \Delta r)^3} \quad (15)$$

Over juniti energija usled rada centrifugalne sile pri kretanju tačke vešanja je:

$$E_c = 2M g \frac{r_0^3}{(r_0 + \Delta r)^3} \Delta r \quad (16)$$

Sada ćemo napraviti tabelu za fiksirano  $\Delta r$  od 10cm, što je prilično veliko kretanje tačke vešanja za dvostepeni oscilator, ali neophodno za rad pumpe. Hod poluge na strani korisnika takođe zavisi od proporcije L1:L2. Računaćemo član iz formule (16) pri raznim vrednostima dužine drške klatna  $r_0$ .

$$\rho = \frac{r_0^3}{(r_0 + \Delta r)^3} \quad (17)$$

$r_0$	0,25m	0,5m	1m	2m	3m
$\rho$	0,364	0,578	0,751	0,864	0,906

Iz gornje tabele se očigledno vidi poboljšanje parametra  $\rho$  pri većim dužinama drške klatna  $r_0$ , a samim tim i smanjenje negativnog uticaja zakona održanja količine kretanja na centrifugalnu silu. Pošto je u donjoj poziciji centrifugalna sila u svom maksimumu, važnost uklanjanja negativnog uticaja je u toliko veća.

### Inicijalna snaga klatna

Povećanjem dužine drške se povećava i početna snaga samog klatna, ali ona nema uticaja na maksimalnu izlaznu energiju oscilatora koja je određena formulom (7), jer sila zatezanja  $T$  ne zavisi od dužine klatna  $r_0$ .

Ako pogledamo ponovo formulu (1) videćemo da je početna energija klatna  $E_p$  proporcionalna visini početne pozicije, a ona je u slučaju otklona klatna od 90 stepeni ista kao i dužina drške klatna.

Snaga je definisana kao količnik energije i vremena:

$$P = E_p / T \quad (18)$$

Vreme  $T$  je polu period oscilovanja klatna i za male oscilacije iznosi:

$$T = \pi \sqrt{\frac{r_0}{g}} \quad (19)$$

Zamenom jednačina (1) i (19) u (18), snaga je jednaka:

$$P = (Mg / \pi) \sqrt{g r_0} \quad (20)$$

To znači da iako vreme oscilovanja raste sa porastom drške klatna ipak i snaga raste. Razlog je taj što period oscilovanja  $T$  ne raste proporcionalno sa drškom klatna kao početna energija, već sa kvadratnim korenom dužine klatna.

Međutim, snaga klatna se može direktno preneti na izlaz oscilatora samo povećanjem mase klatna  $M$  jer ona povećava silu zatezanja tj. i težinu i centrifugalnu silu. Povećanje dužine klatna će indirektno povećati izlaznu snagu oscilatora zbog smanjenja negativnih uticaja na centrifugalnu silu.

## UTICAJ KRITIČNOG UGLA NA PROMENU BRZINE KLATNA

Kritičan ugao je ugao od vertikale gde sila zatezanja  $T$  u dršci klatna dovoljno naraste da može da prevlada težinu mase  $m$  i pokrene tačku vešanja nadole. Taj ugao ne zavisi samo od odnosa mase klatna  $M$  i mase na poluzi  $m$ , već i od početne pozicije 1 koja određuju maksimalnu centrifugalnu silu  $F_c$ , kao i od odnosa dužina levog  $L_1$  i desnog  $L_2$  kraka poluge na kojima se nalaze mase.

Važnost kritičnog ugla je dvojaka jer utiče i na centrifugalnu silu i na brzinu klatna. Brzina klatna određuje njegovu kinetičku energiju, a kinetička energija je jednaka transformisanoj potencijanoj energiji. Prvo ćemo proučiti uticaj kritičnog ugla na centrifugalnu silu.

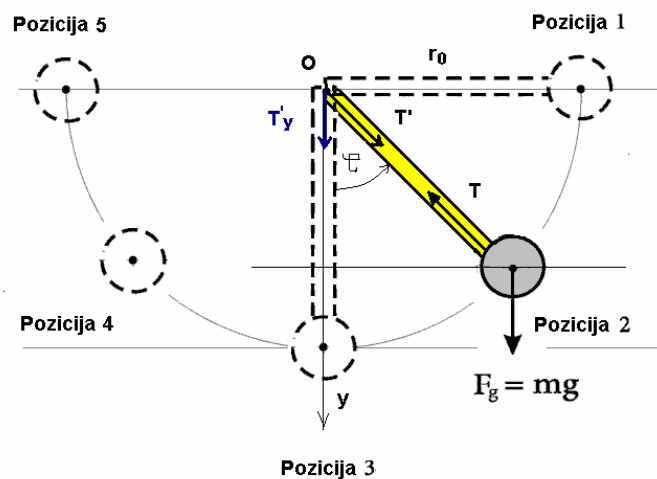
### Centrifugalna sila i kritični ugao

Formula za silu tenzije u dršci klatna sa fiksiranom tačkom vešanja je data dole

$$T = Mg (3\cos(\varphi) - 2\cos(\varphi_0)) \quad (21)$$

gde je  $\varphi_0$  ugao početne pozicije 1. Izvođenje gornje formule je dato u knjizi <sup>[4]</sup>, kao i u autorovom prvom radu o oscilatoru <sup>[5]</sup>.

Po Njutnovom zakonu akcije i reakcije, sila tenzije  $T$  u dršci klatna se prenosi na tačku vešanja  $O$ , ali sa suprotnim smerom, vidi silu  $T'$  na slici dole. To su u praksi iste sile pa ćemo u buduće koristiti samo silu  $T$ .



Slika 3



Pošto se tačka vešanja može kretati samo vertikalno, samo vertikalna komponenta sile zatezanja  $T_y$  vrši rad. Ta komponenta takođe slabi sa povećanjem ugla  $\varphi$ , kao i sama sila zatezanja  $T$

Za početni ugao od 90 stepeni (pozicija 1) formula za vertikalnu komponentu sile zateznja iznosi:

$$T_y = T \cos(\varphi) = 3Mg \cos^2(\varphi) \quad (22)$$

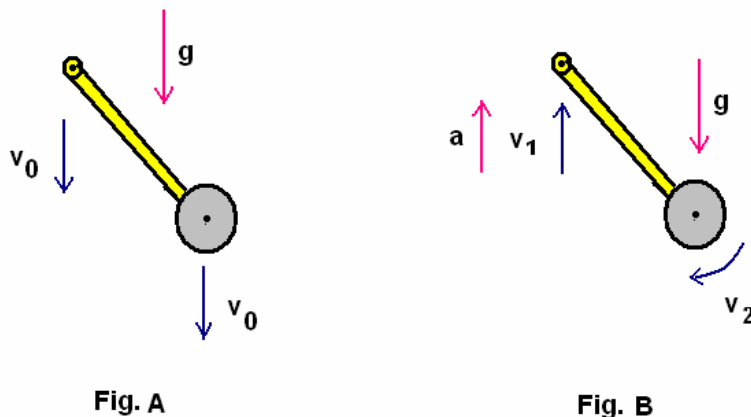
Ova sila brzo slabi sa povećanjem kritičnog ugla tj. ugla pozicije 2. Ako se dozvoli klatnu da prevlada masu  $m$  pri velikom kritičnom uglu, onda će veoma slaba sila tenzije  $T_y$  vršiti rad pri pomeranju tačke vešanja nadole, pa će izlazni rad sile tenzije biti mali. Pošto se smanjena potencijalna energija klatna (2) mora nadoknaditi, to znači da je koeficijent efikasnosti pao veoma nisko.

### Brzina klatna i kritični ugao

Kinetička energija klatna je određena brzinom tega klatna. Ako se klatno nalazi u blizini donje pozicije 3, to znači da je klatno transformisalo većinu svoje potencijalne energije u kinetičku enegiju, a takođe da je pravac brzine skoro horizontalan.

Tačka vešanja klatna počinje da se kreće nadole od pozicije 2 i ima određeno ubrzanje. Njeno kretanje nadole se ne zaustavlja u donjoj poziciji 3, već u poziciji 4, kada sila tenzije dovoljno oslabi da masa  $m$  na levom kraku poluge pretegne i povuče tačku vešanja naviše.

Ubrzanje tačke vešanja  $a$  utiče na brzinu tega klatna na sledeći način. Ako tačka vešanja ubrzava nadole, taj uticaj je negativan na klatno jer ima efekat kao da se smanjila gravitaciona konstanta  $g$ . To znači da će teg klatna sporije da ubrzava, pa će klatno da gubi energiju. To je očigledno na figuri A na donjoj slici.



Slika 4

Klatno je bačeno da slobodno pada, tako da ubrzanje podjednako deluje i na teg klatna i na tačku vešanja. Očigledno je da se klatno nikad neće zahjihati oko tačke vešanja. Ako tačka vešanja ubrzava naviše, kao na figuri B na gornjoj slici, klatno će još brže da se zanjiše nego normalno, tj. dobiće dodatnu energiju.

Situacija u slučaju dvostepenog oscilatora, počev od pozicije 2 pa do pozicije 3 je kao na figuri A na gornjoj slici, jer i teg i tačka vešanja ubrzavaju nadole, pa klatno gubi energiju. Situacija je bolja od pozicije 3 do pozicije 4 jer klatno počinje da se penje naviše pa ubrzanje tačke vešanja ima suprotan smer od smera ubrzanja klatna.

Da bi se poboljšala situacija od pozicije 2 do pozicije 3, bolje je da je pozicija 2 što niža, jer će tada većina potencijalne energije biti pretvorena u kinetičku, pa ubrzanje tačke vešanje neće moći da negativno utiče na brzinu tega klatna i smanjuje mu energiju. Međutim, povratna pozicija 4 treba da je što bliža bestežinskom stanju u poziciji 5, pa treba naći kompromis, ili zaključati polugu u poziciji 4 i osloboditi je kad klatno bude u blizini pozicije 5.

Više detalja o uticaju tačke vešanja na brzinu klatna je već opisano u autorovom radu o teoriji gravitacionih mašina <sup>[6]</sup>, pa to nećemo ovde ponavljati.

## ZAKLJUČAK

U ovom radu su određeni maksimalni mogući koeficijenti efikasnosti mašine pod određenim uslovima. Ti koeficijenti nisu ranije bili poznati, jer su svi naponi istraživačkog rada bili usmereni u skraćenje kretanja tačke vešanja i povećanje mase tega klatna. Skraćenje kretanja tačke vešanja je postizano skraćanjem dužine kraka poluge  $L_2$  na strani klatna. To je imalo ograničen uspeh, jer i poluga iako laka takođe ima masu, a osočina poluge ima debljinu.

U ovom radu je matematički dokazan uticaj dužine drške klatna na efikasnost oscilatora i mogućnost over juniti ponašanja istog. Predloženi model je uprošćen, jer kao što je rečeno i poluga ima masu, a tačka vešanja oscilatora sa *slike 1* vrši i manje horizontalno pomeranje.

Masa na levoj strani oscilatora ima inerciju i spuštanje kritičnog ugla na dole ne može da ide mnogo, jer je potrebno određeno vreme da se masa  $m$  pokrene. Određeni oscilatori koriste oprugu umesto mase  $m$  i to bi moglo da poboljša situaciju. Međutim, opruge imaju problem da počnu da se izdužuju prerano i vraćaju tačku vešanja nagore odmah posle pozicije 3 umesto kada je klatno u bestežinskom stanju. To znači da centrifugalna sila vrši jednak pozitivan i negativan rad, pa se gubi over juniti efekat, osim ako otpor potrošača ne popravi situaciju. Produženje drške klatna ne samo da održava centrifugalnu silu konstantnom u donjoj poziciji, već usporava klatno i time daje veću šansu spuštanju kritičnog ugla. Jedini problem kod produženja drške klatna je usporenje rada oscilatora, ali to je neophodna žrtva jer je korist višestruka.

## REFERENCE

- [1] Jovan Marjanović, *Kinetički Momenat i Over Juniti*, 2010.  
[http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Jovan\\_Marjanovic\\_Kineticki\\_Momenat\\_i\\_Overjuniti.pdf](http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Jovan_Marjanovic_Kineticki_Momenat_i_Overjuniti.pdf)
- [2] Dvostepeni mehanički oscilator akademika Veljka Milkovića  
<http://www.veljkomilkovic.com/Oscilacije.htm>
- [3] Raymond Head video „Higher pendulum more weight lifted“, YouTube.com, 2009.  
<http://www.youtube.com/watch?v=TMq53NPttUk>
- [4] dr Lazar Rusov, *MEHANIKA III, DINAMIKA*, Naučna Knjiga, Beograd, 1994.
- [5] Jovan Marjanović, *Ključevi Gravitacionih Mašina*, 2008.  
[http://www.veljkomilkovic.com/Images/Jovan\\_Marjanovic\\_Kljujevi\\_Gravitacionih\\_Masina.pdf](http://www.veljkomilkovic.com/Images/Jovan_Marjanovic_Kljujevi_Gravitacionih_Masina.pdf)
- [6] Jovan Marjanović, *Teorija Gravitacionih Mašina*, 2010.  
[http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Jovan\\_Marjanovic\\_Teorija\\_Gravitacionih\\_Masina.pdf](http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Jovan_Marjanovic_Teorija_Gravitacionih_Masina.pdf)

Objavljeno u Novom Sadu, Srbija  
**05. maja 2011.**

<http://www.veljkomilkovic.com>

**Jovan Marjanović**  
dipl. inž. elektrotehnike

