

# ČESTI PROBLEMI SA MATEMATIČKIM MODELIMA I LAGRANŽEOVIM JEDNAČINAMA ZA DVOSTEPENI OSCILATOR VELJKA MILKOVIĆA

Jovan Marjanović, dipl. inženjer elektrotehnike

e-mail: [jmarjanovic@hotmail.com](mailto:jmarjanovic@hotmail.com)

25. novembar 2009. Novi Sad, Srbija

## APSTRAKT

Ovaj dokument će diskutovati dva osnovna problema sa matematičkim modelima za dvostepeni mehanički oscilator akademika Veljka Milkovića [www.veljkomilkovic.com](http://www.veljkomilkovic.com):

- problem sa dinamičkom upotrebom ulazne energije,
- probleme sa mekom vezom između članova sistema.

## UVOD

Ovaj dokument je napisan da bi objasnio probleme koje naučnici imaju u modeliranju ovog sistema, a takođe i pogrešnih zaključaka proisteklih kao posledica upotrebe Lagranževih jednačina koje ne opisuju tačno sve činjenice.

Ove česte greške su posledica lakog pristupa na izgled prostoj mašini koja se sastoji od jednog klatna i jedne poluge pričvršćene da radi kao klackalica. Samo ljudi koji su napravili ovu mašinu i testirali je mogu imati stvarno razumevanje raznih problema u vezi sa njom.

## DINAMIČKA UPOTREBA ULAZNE ENERGIJE

Originalna ideja gospodina Milkovića za upotrebu dvostepenog oscilatora je da se on koristi dinamički i za duži period vremena. To znači da posle inicijalnog podizanja klatna u početnu poziciju i dopuštanja da se zanjiše, potrebno je da se dodaje mala ulazna energija kako bi klatno nastavilo da se njiše. Pošto je dvostepeni oscilator zamišljen da se koristi za duži period vremena, energija potrošena za početno dizanje može da se zanemari. To je ista logika kao za Dizel mašine kod kojih je potrebno da se prvo postigne radna temperatura pre merenja koeficijenta efikasnosti. Takođe niko ne bi uključio energiju potrošenu za magnetizaciju stalnog magneta u električnom motoru za računanje koeficijenta efikasnosti svog elektro motora.

Potrebno je da se meri mala energija koja se stalno dodaje da bi se odžavalo njihanje klatna i takođe izlazna energija na poluzi kako bi se izračunao koeficijent efikasnosti. Na žalost svi modeli do sad viđeni su samo računali inicijalnu energiju uloženu za podizanje klatna u početni položaj i ponašanje oscilatora dok se klatno samo ne zaustavi. To nije način na koji oscilator treba da se koristi.

## MEKE VEZE IZMEĐU ČLANOVA SISTEMA

Očigledno je da bi se pokrenula poluga oscilatora da je potrebno zanjhati klatno. Ako se klatno ne kreće onda se ni poluga neće kretati. Međutim, klatno neće moći da pokrene polugu sa masom  $M$  (vidi sliku 1) sve dok ne dođe u poziciju 2 kao na Fig. 1 dole. Ovo je mekana ulazna veza između klatna i poluge. Ako se poluga pritisne rukom i zaustavi, klatno će ipak nastaviti da se njiše bez ikakvog zastoja. Ovo je meka izlazna veza između poluge i klatna. Iako se povratni uticaj poluge prema klatnu ne može lako uočiti on ipak postoji. Poluga troši energiju klatna kroz kretanje tačke vešanja klatna. Da bi se uočio uticaj poluge na klatno potrebno je polugu pokretati u određeno vreme sa određenim ritmom. Taj uticaj je opisao prof. dr Colin Gauld (Univerzitet u Novom Južnom Velsu, Australija) <sup>[1]</sup>.

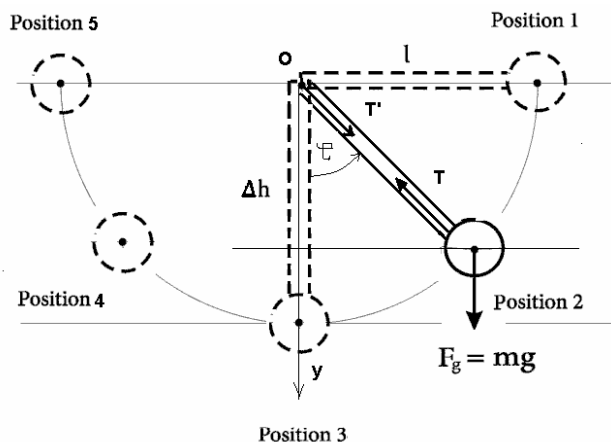
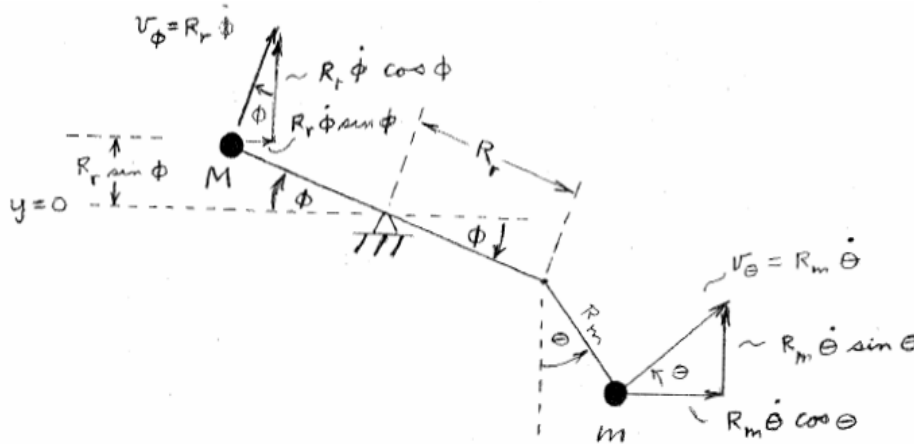


Fig. 1

Da bi se razumeli problemi sa matematičkim modelima dvostepenog oscilatora sa masom  $M$ , dole će biti prikazan model koji je analizirao dr Harold E. Puthoff (Institut za napredne studije u Ostinu, SAD) <sup>[2]</sup>. Kinetička energija  $T$  i potencijalna energija  $V$  su date u donjim formulama.

$$T = \frac{1}{2}(M + m)R_r^2\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}mR_m^2\dot{\theta}^2 - mR_mR_r\dot{\theta}\dot{\phi}(\sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi)$$

$$V = (M - m)gR_r\sin\phi - mgR_m\cos\theta$$



Slika 1

Problem sa gornjom matematikom i modelom na slici 1 je taj što on ne može da opiše oscilator potpuno zbog postojanja meke veze između članova. Pozicija ugla  $\theta$  klatna je poznata tokom celog vremena pošto se klatno kreće harmonično. Međutim pozicija ugla poluge  $\phi$  nije jednoznačna. Taj ugao ne postoji sve dok ne dođe u poziciju 2 (vidi Fig. 1) pošto će klatno imati dovoljno vučne sile da povuče desnu stranu poluge tek posle pozicije 2. Desna strana poluge će se kretati nadole dok klatno ne dođe u poziciju 4. U toj poziciji će vučna sila klatna postati jednaka težini mase  $M$  na levoj strani poluge. leva strana poluge će brzo otići dole posle pozicije 4. Ona će ostati dole sve dok se klatno kreće prema poziciji 5 i dok se ne vrati nazad u poziciju 4. Dalje se sve ponavlja. To znači da ugao  $\phi$  postoji samo između pozicije 2 i pozicije 4 gde on raste. On će takođe kratko postojati i posle pozicije 4 gde će brzo pasti na nulu.

Zaključak je da model na slici 1 može da opiše samo situaciju između pozicije 2 i pozicije 4, a ne kompletnu realnost.

## MODELI SA OPRUGOM NA IZLAZNOJ STRANI

Neki oscilatori imaju oprugu na izlaznoj strani poluge umesto mase  $M$ . Oni su interesantni jer ne postoji kašnjenje poluge i poluga će početi da se kreće u isto vreme kad klatno počne da se njiše. Matematički modeli mogu mnogo bolje da opišu takve oscilatore. Međutim opruga će prouzrokovati neželjene oscilacije poluge posle pozicije 4 ukoliko se ne priključi potrošač energije na izlaznoj strani poluge koji može da ih amortizuje.

Dole je model oscilatora koji je opisao V. S. Sorokin (Politehnički državni Univerzitet u St. Petersburgu, Rusija) <sup>[3]</sup>.

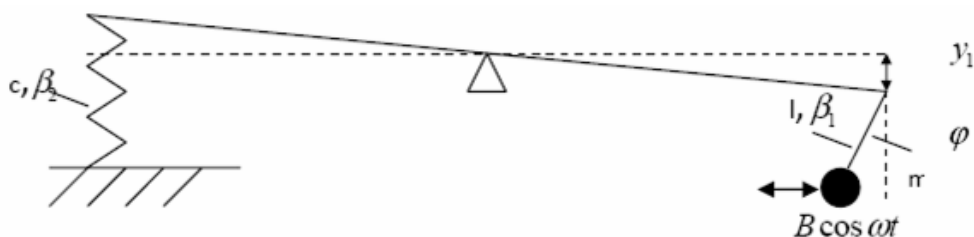


Figure 2. The model system.

The equations of motions, obtained using Lagrange's equations, have the form:

$$ml^2\ddot{\varphi} + \beta_1\dot{\varphi} + ml(g - \ddot{y}_1)\varphi = B \cos \omega t \quad (1)$$

$$m\ddot{y}_1 + \beta_2\dot{y}_1 + cy_1 - ml(\varphi\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2) = mg \quad (2)$$

Here  $y_1$  – the deflection of one pendulum,  $\varphi$  – the angle of rotation of another

Ovaj model nema priključen potrošač energije i imaće neželjene oscilacije poluge. Međutim to nije glavni problem ovog modela. Ovaj model takođe opisuje situaciju posle početnog dizanja klatna sve dok se ne zaustavi njegovo njihanje usled trenja. On nije uključio gore pomenuto dinamičko dodavanje energije klatnu.

## **ZAKLJUČAK**

Dinamička upotreba ulazne energije treba da se uključi u svim modelima. To može da se uradi sa primenom impulsa sile u poziciji 1. Takođe bi bilo dobro da se uključi i potrošač energije koji bi zaustavio neželjene oscilacije poluge.

Za modele sa masom  $M$  na izlaznoj strani poluge korektan method bi bio da se model podeli u tri modela za svaku fazu opisanu dole:

- 1) Od pozicije 1 do pozicije 2 ne postoji kretanje tačke vešanja klatna i sve formule za klatno sa fiksnom tačkom vešanja mogu da se primene ovde.
- 2) Od pozicije 2 do pozicije 4 tačka vešanja klatna će ići na dole, a masa  $M$  će ići na gore. Iako je zatezna sila klatna najjača u poziciji 3 maksimalna visina poluge sa masom  $M$  nije u toj poziciji. Masa  $M$  će se kretati nagore sve do pozicije 4 dok zatezna sila ne postane jednaka sa težinom mase  $M$ .
- 3) Od pozicije 4 do pozicije 5 masa  $M$  će brzo ići na dole, udariti granični stub (nije prikazan na gornjim slikama) i ostati dole sve dok se klatno ne vrati sa pozicije 5 u poziciju 4.

Početne promenljive za sledeću fazu bi bile kranje promenljive prethodne faze.

## REFERENCE

- [1] prof. dr Colin Gauld, *THE PHYSICS OF THE TWO-STAGE PENDULUM OSCILLATOR*  
[http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Colin\\_Gauld\\_Fizika\\_Dvostepenog\\_Oscilatora.pdf](http://www.veljkomilkovic.com/Docs/Colin_Gauld_Fizika_Dvostepenog_Oscilatora.pdf)
- [2] dr Harold E. Puthoff, *INVESTIGATION OF CLAIMS OF PROPOSED GRAVITATIONAL ENERGY CONVERTERS*, privatno pismo za gospodina Veljka Milkovića
- [3] V. S. Sorokin, *DYNAMICS OF A NONLINEAR MECHANICAL SYSTEM CONTAINING PENDULUMS*  
<http://w3.uniroma1.it/dsg/euromech503/abstracts/Sorokin.pdf>

Objavljeno u Novom Sadu, Srbija  
**25. novembar 2009.**

**Jovan Marjanović**  
dipl. inženjer elektrotehnike



<http://www.veljkomilkovic.com>